

**CLEAI, matematica generale, primo semestre 2003-2004**  
**Esercizi della prova scritta dell'11 febbraio 2004**

**Studio di funzione:**

Disegnare il grafico della seguente funzione:

$$f(x) := \begin{cases} \sqrt{x}e^{x^2} & \text{se } x \geq 1 \\ x^2 + 2x + 1 & \text{se } x < 1 \end{cases}$$

Evidenziare in particolare i seguenti punti: (a) campo d'esistenza e suoi punti di accumulazione; (b) punti in cui  $f$  è sicuramente continua, punti in cui  $f$  è sicuramente derivabile; (c) punti di discontinuità; (d) limiti; (e) asintoti; (f) monotonia; (g) tangenti destra e sinistra in  $x = 1$ ; (h) punti di non derivabilità.

**Studio di grafico di funzione:**

Data  $f(x)$  tramite il grafico in figura 1, determinare: (a) campo d'esistenza e suoi punti di accumulazione; (b) zeri; (c) intersezioni con gli assi; (d) segno; (e) punti di discontinuità; (f) limiti; (g) asintoti; (h) punti critici; (i) monotonia; (j) estremi locali e globali; (k) tangenti destra e sinistra in 0; (l) punti di non derivabilità.

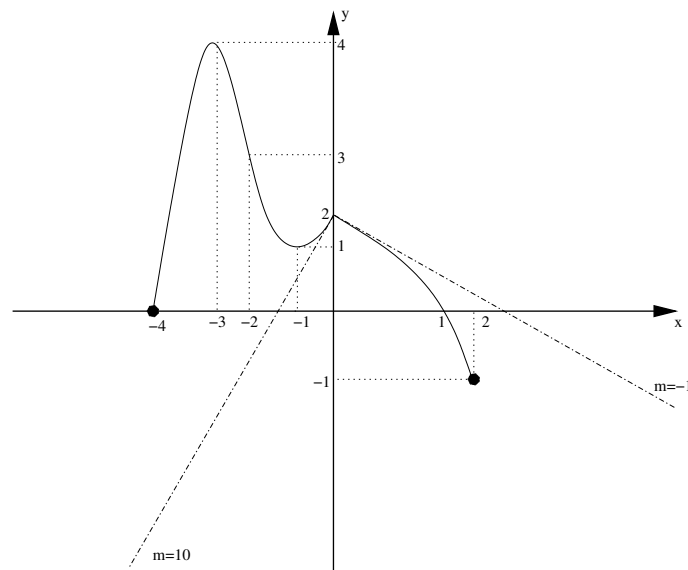


Figura 1: Da questo grafico, dedurre proprietà della funzione.

**Massimi e minimi:**

Determinare i minimi e i massimi (locali e globali) sull'intervallo  $(2, 103]$  della seguente funzione:

$$f(x) := \ln \sqrt{|x|}$$

**Zeri:**

Stabilire se  $f(x) := x^5 - 5x + 1$  ammette degli zeri sul suo campo d'esistenza. In caso affermativo, dire quanti sono gli zeri e stimarli tutti con precisione di almeno un'unità.

**Punti fissi:**

Stabilire se la curva  $f(x) := x^5 - 4x + 1$  possiede punti fissi nell'intervallo  $(-1, 1)$ . In caso affermativo, dire quanti sono e stimarne le ascisse con precisione di almeno un'unità.

**Teorico:**

Scrivere una definizione comprensibile di funzione continua. Dire poi se è possibile utilizzare tale definizione per dimostrare che  $\ln x$  è una funzione continua.